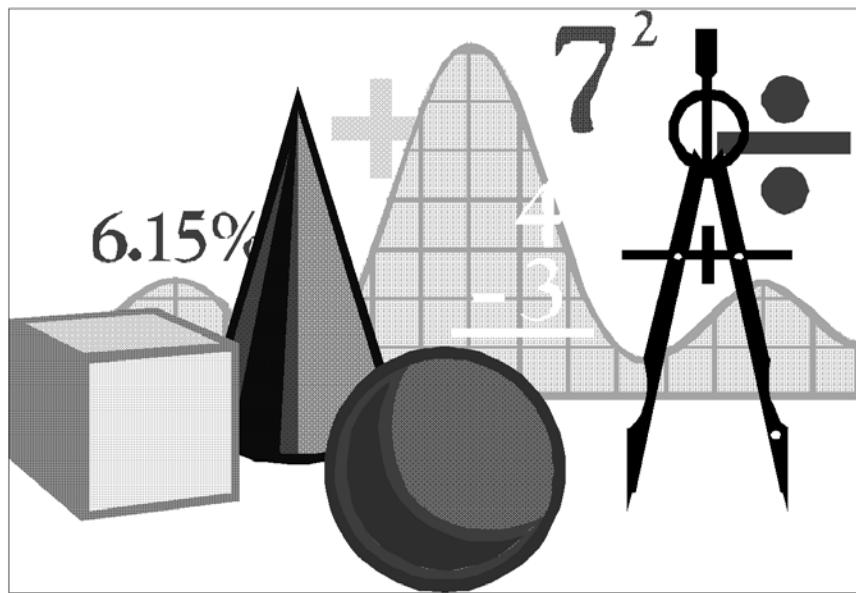


ESCUELA SUPERIOR DE COMERCIO
“LIBERTADOR GENERAL SAN MARTÍN”

MATEMÁTICA

2° Año



Sistemas de Ecuaciones Lineales

2014

SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

1 Sarita prepara tortas fritas para vender en la plaza durante los fines de semana. Tiene un costo económico fijo semanal de \$ 8 por el gas y la luz eléctrica que utiliza; además, por la harina y otros materiales tiene un costo de \$ 0,25 por cada torta frita que prepara.

Marcos, su nieto, escribió esta función para que su abuela calcule cada semana los costos de acuerdo con la cantidad de tortas fritas que prepare: $y = 0,25x + 8$

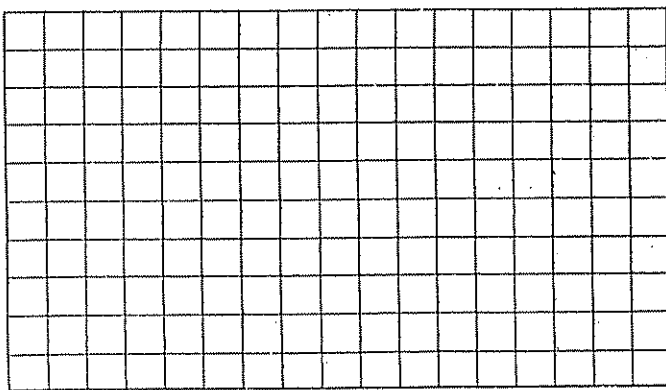
a) Usá la fórmula y calculá los costos que tiene por preparar estas cantidades de tortas fritas: 1, 2 y 3.

b) ¿En cuánto aumenta el costo por cada torta frita que prepara?

c) ¿Qué clase de función escribió Marcos?

d) ¿Qué nombre se le da al valor en que aumenta el costo por cada torta frita hecha? ¿Y al costo fijo?

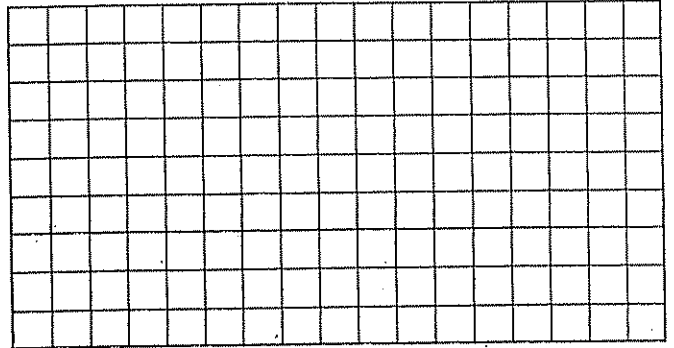
e) Graficá la función.



¿Para que cantidad de unidades vendidas el costo es el mismo? Calcular dicho costo

2 Los fines de semana la tía de Florencia también prepara pastelitos para vender en la plaza. Ella tiene un costo fijo semanal de \$ 6 más \$ 0,30 por cada pastelito que hace.

a) Graficá la función que expresa el costo en función de la cantidad de pastelitos que vende en la semana.

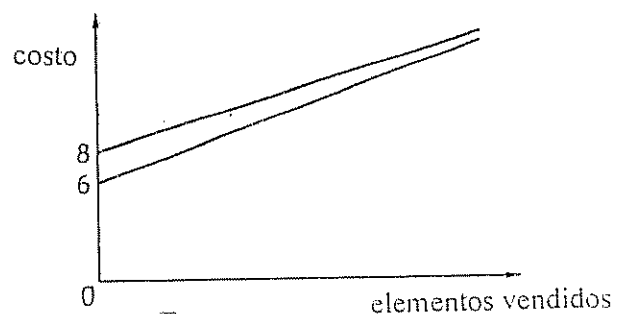


b) Considerá la función de esta actividad y la de la actividad anterior. ¿Cuál de las dos señoras tiene un costo mayor por elaborar 24 unidades? ¿Y 36?

c) Mirá los gráficos que hizo Luz. Representó la función de esta actividad y la de la anterior en el mismo sistema de coordenadas, pero después trazó un tramo de recta para unir los puntos de cada función.

Si se prolongaran los tramos de recta, ¿se cortarían? _____

¿Podría haber alguna cantidad que tuviera el mismo costo en cada función? _____



Método de igualación

Se debe despejar en ambas ecuaciones la misma incógnita y luego igualar las ecuaciones obtenidas

$$\begin{cases} 2x - 3y = 9 & (a) \\ x + y = -8 & (b) \end{cases}$$

Se despeja "x" de ambas ecuaciones.

$$(a): x = \frac{9 + 3y}{2}$$

$$(b): x = -8 - y$$

Se igualan ambas ecuaciones y se calcula el valor de "y":

$$\frac{9 + 3y}{2} = -8 - y \Rightarrow 9 + 3y = -16 - 2y \Rightarrow 3y + 2y = -16 - 9 \Rightarrow 5y = -25 \Rightarrow y = -5$$

Se reemplaza el valor de "y" obtenido, en cualquiera de las dos ecuaciones, y se calcula el de "x":

$$x + (-5) = -8 \Rightarrow -5 + x = -8 \Rightarrow x = -3$$

Se escribe el conjunto solución: $S = \{(-3; -5)\}$

• Analicen y clasifiquen cada uno de los siguientes sistemas de ecuaciones.

$$1) \begin{cases} y = 2x - 1 \\ y = 3x + 4 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} y = -x + 7 \\ x + y = -2 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x - y = 0 \\ y = x \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} y = 2 \\ 2x - y = 3 \end{cases}$$

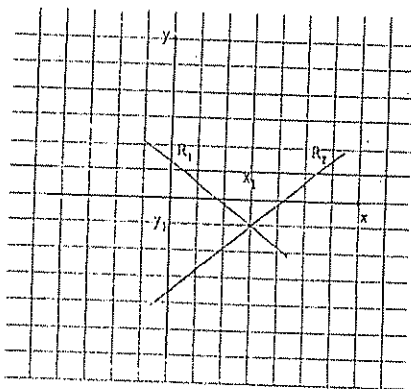
Un sistema de ecuaciones lineales formado por dos ecuaciones de primer grado con dos incógnitas cada una, representa dos rectas en el plano, y resolverlo es hallar la intersección de ambas (conjunto solución).

$$\begin{cases} ax + by = c \\ dx + ey = f \end{cases}$$

Dos rectas en un plano pueden ser **incidentes** (tienen un punto en común) o **paralelas** (no tienen ningún punto en común o son coincidentes).

Los sistemas se clasifican en **compatibles e incompatibles**, según tengan o no solución; los sistemas compatibles pueden ser **determinados** o **indeterminados**, según tengan una o infinitas soluciones.

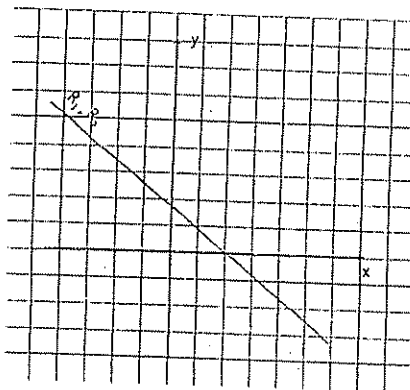
Rectas incidentes



$$R_1 \cap R_2 = \{(x_1; y_1)\}$$

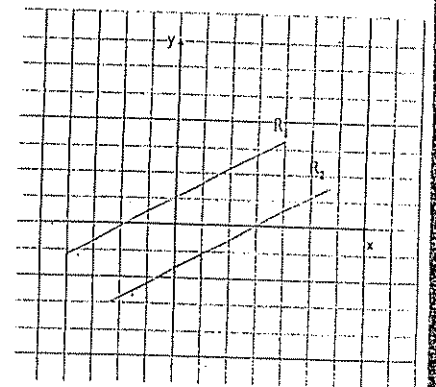
Determinado (solución única)

Rectas paralelas



$$R_1 \cap R_2 = R_1 = R_2$$

Indeterminado (infinitas soluciones)



$$R_1 \cap R_2 = \emptyset$$

Sistema incompatible (no tiene solución)

Sistema compatible

Resuelvan los siguientes sistemas por el método de igualación.

$$1) \begin{cases} 2x - 2y = \frac{3}{2} \\ 3x + y = \frac{5}{4} \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 3x - \frac{1}{2}y = \frac{6}{5} \\ 2x - \frac{5}{3}y = \frac{4}{3} \end{cases}$$

Método de sustitución

Se debe despejar una de las variables en una de las ecuaciones, y luego reemplazarla en la otra ecuación.

$$\begin{cases} x - y = 1 & (a) \end{cases} \quad \text{Se despeja } x \text{ en la ecuación (a): } x = 1 + y$$

$$\begin{cases} 2x - 3y = 1 & (b) \end{cases} \quad \text{Se reemplaza la "x" por "1 + y" en la ecuación (b): } 2(1 + y) - 3y = 1$$

Se resuelve la ecuación, obteniéndose el valor de "y":

$$2 + 2y - 3y = 1 \Rightarrow 2 - y = 1 \Rightarrow -y = 1 - 2 \Rightarrow -y = -1 \Rightarrow y = 1$$

Se reemplaza el valor de "y" obtenido, en cualquiera de las dos ecuaciones, y se calcula el de "x":

$$x - 1 = 1 \Rightarrow x = 2$$

Se escribe el conjunto solución: $S = \{(2;1)\}$

Resuelvan los siguientes sistemas por el método de sustitución.

$$1) \begin{cases} 2x + 4y = 2 \\ 3x - 2y = 9 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} \frac{2}{3}x - 5y = -3 \\ 2x + \frac{1}{2}y = \frac{13}{2} \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} 5x - 2y = 2 \\ 2x + 4y = 8 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} \frac{3}{2}x - \frac{1}{3}y = -5 \\ -\frac{1}{4}x + \frac{1}{6}y = \frac{3}{2} \end{cases}$$

Colección de problemas

a) La diferencia entre el doble de un número y otro es igual a 18. Además, la suma entre el triple del siguiente del primer número y la mitad del segundo es 50. ¿Cuáles son los números?

b) En un restaurante hay capacidad para cien personas. En total hay 21 mesas para 6 y 4 personas cada una. ¿Cuántas mesas de cada capacidad hay en el restaurante?

c) La mamá de Laura compró 5 cucuruchos y 2 vasitos chicos, pagó en total \$ 51. La mamá de Mariela compró 3 de esos vasitos y 6 cucuruchos y pagó \$ 64,50. ¿Cuál es el precio de cada cucurucho y de cada vasito?

d) Luciana tiene 27 años menos que su papá. Dentro de 15 años, la edad de Luciana será igual a la mitad de la edad de su papá. ¿Cuál es la edad de cada uno?

e) Calculen la medida de los lados de un paralelogramo sabiendo que su perímetro es de 61 cm y que uno de los lados es el doble del otro disminuido en 7 unidades.

f) Una fábrica de golosinas debe optar entre dos posibles proveedores de azúcar, Alfaro y Betaro. Alfaro cobra un valor fijo mensual de \$ 105 por el flete más \$ 1,30 por cada kilogramo de azúcar que vende, y Betaro, un valor fijo mensual de \$ 95 por el flete más \$ 1,80 por cada kilogramo de azúcar.

Llamá x a la cantidad de azúcar que la panadería compra en un mes y respondé.

a) ¿Cuál es la función que expresa el costo que tiene la fábrica por comprarle a Alfaro?

b) ¿Y por comprarle a Betaro?

c) ¿Para qué cantidad de azúcar el costo de comprarle a un proveedor o al otro es el mismo?

d) Para comprar una cantidad de azúcar mayor que la que respondiste en el ítem c), ¿cuál de los dos proveedores es más conveniente?

h) En una lucha entre moscas y arañas intervienen 42 cabezas y 276 patas. ¿Cuántos luchadores había de cada clase? (Recuerda que una mosca tiene 6 patas y una araña 8 patas).

i) Un crucero tiene habitaciones dobles (2 camas) y sencillas (1 cama). En total tiene 47 habitaciones y 79 camas. ¿Cuántas habitaciones tiene de cada tipo?

j) En una pastelería se fabrican dos clases de tartas. La primera necesita $2\frac{1}{4}$ Kg de masa y 3 horas de elaboración. La segunda necesita 4 Kg de masa y 2 horas de elaboración. Calcula el número de tartas elaboradas de cada tipo si se han dedicado 67 horas de trabajo y 80 Kg de masa.

k) Un rectángulo tiene un perímetro de 392 metros. Calcula sus dimensiones sabiendo que mide 52 metros más de largo que de ancho.

l) Un rectángulo mide 40 m² de área y 26 metros de perímetro. Calcula sus dimensiones.

m) El área de un triángulo rectángulo es 120 cm² y la hipotenusa mide 26 cm. ¿Cuáles son las longitudes de los catetos?

n) Uno de los ángulos agudos de un triángulo rectángulo es 18° mayor que el otro. ¿Cuánto mide cada ángulo del triángulo?

g) Ana y Bruno compraron paquetes de figuritas en el quiosco. Si Ana le diera a Bruno 7 de sus paquetes, se quedaría con el doble de los que compró Bruno.

a) ¿Por qué con los datos anteriores no se puede saber exactamente cuántos paquetes de figuritas compró cada uno?

b) Carla dice que Ana compró el triple de los paquetes que compró Bruno. ¿Es posible? De ser así, ¿cuántos paquetes habría comprado cada uno?

c) Diana, en cambio, dice que Ana compró el cuádruple de los que compró Bruno. ¿Es posible? De ser así, ¿cuántos paquetes habría comprado cada uno?

1. Escriban V (Verdadero) o F (Falso). Expliquen las respuestas.

Dado el sistema:
$$\begin{cases} x - 3 = y \\ -x + y = a \end{cases}$$

a) Si $a = 3$, el sistema es incompatible.

b) Si $a = 2$, el sistema tiene infinitas soluciones.

c) Si $a = -3$, el sistema es compatible indeterminado.

d) Si $a = 4$, el sistema es compatible determinado.

2. Resuelvan, por el método más conveniente, cada uno de los siguientes sistemas.

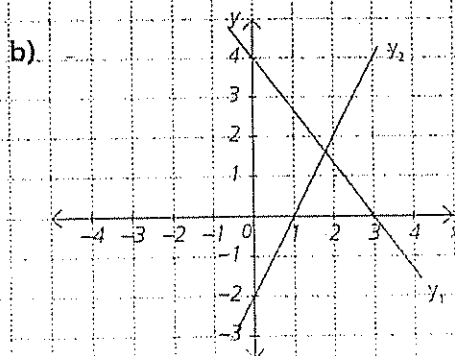
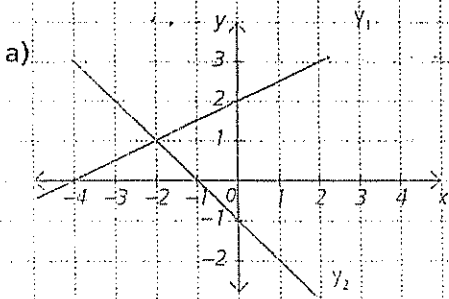
1)
$$\begin{cases} 2(x + 5) - \frac{1}{3}y = 7 \\ \frac{5x - 2}{3} + \frac{y + 1}{2} = 2 \end{cases}$$

3)
$$\begin{cases} 2(x - 3) + 3y = 0 \\ \frac{1}{2}x - \frac{2}{3}y = \frac{3}{2} \end{cases}$$

2)
$$\begin{cases} (x - 2)(x + 5) = x(x - 1) + y \\ \frac{x + y}{5} - 1 = 2(x - y) \end{cases}$$

4)
$$\begin{cases} 3x - \frac{x + y}{2} = -\frac{7}{2} - y \\ \frac{x}{3} + \frac{2x - y}{7} = x \end{cases}$$

3. Escriban el sistema asociado a los gráficos y resuévalos analíticamente.



4.

Mago: -Pensá dos números.

Vera: -Ya los pensé.

Mago: -Sumá el doble del mayor de los números y el triple del menor, ¿cuánto da?

Vera: -Da 37. Además, el mayor es igual a 1 más que el doble del menor.

Mago: -Ya sé qué números pensaste.

¿Qué números pensó Vera?

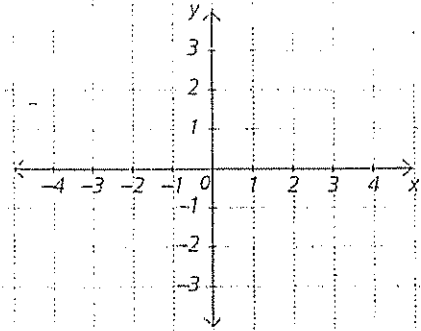
6/7



RESOLUCIÓN GRÁFICA DE LOS SISTEMAS DE ECUACIONES

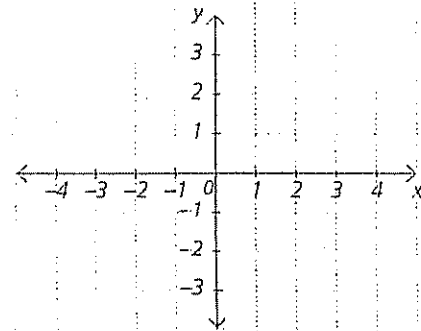
d)
$$\begin{cases} x - 4 = -\frac{4}{3}y \\ -\frac{3}{4}x - y = 2 \end{cases}$$

Clasificación:



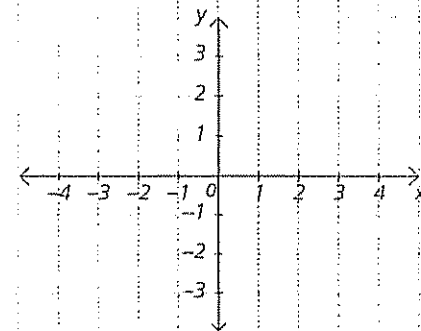
e)
$$\begin{cases} \frac{x-3}{3} = \frac{y+1}{2} \\ -\frac{1}{3}x + y = -2 \end{cases}$$

Clasificación:



f)
$$\begin{cases} \frac{3}{4}x - y = 2 \\ 2y - \frac{3}{2}x = -4 \end{cases}$$

Clasificación:



g)
$$\begin{cases} x = \frac{4}{3} + \frac{1}{3}y \\ -2\left(x - \frac{1}{2}\right) - y = 0 \end{cases}$$

Clasificación:

